

# Propagación de errores

En el trabajo experimental cuando se hace una medida ésta conlleva siempre un error ya que los instrumentos con los que trabajamos tienen una precisión limitada. Este error lo podemos expresar como el intervalo donde estamos seguros que está el valor de la medida ( $x \pm \Delta x$ ) o como el porcentaje de error que tiene la medida ( $x$ ;  $\varepsilon_x = a\%$ ) que resulta de dividir  $\Delta x$  entre  $x$ . Estos errores se denominan, respectivamente, *error absoluto* y *error relativo* y es importante remarcar que el primero tiene unidades, mientras que el segundo no.

Cuando se trabaja matemáticamente con datos que tienen una incertidumbre, los errores de medida se transforman en función de la operación que se les aplica. Esto se denomina propagación de errores y la siguiente lista resume los cambios que se producen:

- Multiplicación por una constante

$$f = k(x \pm \Delta x) = kx \pm k\Delta x$$

- Suma y resta de dos medidas

$$f = (x \pm \Delta x) + (y \pm \Delta y) = (x + y) \pm \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

$$f = (x \pm \Delta x) - (y \pm \Delta y) = (x - y) \pm \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

- Multiplicación y división de dos medidas

$$f = (x \pm \Delta x) \cdot (y \pm \Delta y) = (x \cdot y) \pm (x \cdot y) \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$$

$$f = \frac{(x \pm \Delta x)}{(y \pm \Delta y)} = \left(\frac{x}{y}\right) \pm \left(\frac{x}{y}\right) \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$$

- Potencias

$$f = (x \pm \Delta x)^m = x^m \pm x^m \left(\frac{m\Delta x}{x}\right)$$

- Logaritmos

$$f = \ln(x \pm \Delta x) = \ln x \pm \frac{\Delta x}{x}$$

$$f = \log_a(x \pm \Delta x) = \log_a x \pm \frac{\Delta x}{x \ln a}$$

- Exponencial

$$f = e^{(x \pm \Delta x)} = e^x \pm e^x \Delta x$$

$$f = a^{(x \pm \Delta x)} = a^x \pm a^x \Delta x \ln a$$

- Seno

$$f = \sin(x \pm \Delta x) = \sin x \pm \Delta x \cos x$$

- Coseno

$$f = \cos(x \pm \Delta x) = \cos x \pm \Delta x \sin x$$

- Tangente

$$f = \tan(x \pm \Delta x) = \tan x \pm \frac{\Delta x}{\cos^2 x}$$